

نام درس: ساختمانهای گسسته - ریاضیات گسسته

تعداد سؤالات: نسی ۳۰ تکمیلی — تفریحی ۸

رشته تحصیلی: گرایش مهندسی کامپیوتر - علوم کامپیوتر - مهندسی فناوری اطلاعات - بخش فناوری اطلاعات و ارتباطات زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۵ دقیقه تفریحی ۹۰ دقیقه

کد درس: ۲۶۱۱۲۲ - ۲۶۳۰۸۶ - ۲۶۲۰۶۹ - (طرح تجمیع، بخش فناوری اطلاعات و ارتباطات: ۲۶۱۱۲۲) تعداد کل صفحات: ۵

۱- کدامیک از گزاره های زیر با $p \leftrightarrow q$ هم ارز است؟الف- $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ ب- $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ ج- $\sim (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ د- $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

۲- کدامیک از گزاره های زیر یک راستگو است؟

الف- $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$ ب- $(p \rightarrow q) \rightarrow p$ ج- $(p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$ د- هر سه گزاره راستگو هستند.

۳- کدامیک از گزاره های زیر صحیح است؟

الف- $\exists x[p(x) \vee q(x)] \rightarrow [\exists x p(x) \vee \exists x q(x)]$ ب- $\exists x[p(x) \wedge q(x)] \leftarrow [\exists x p(x) \wedge \exists x q(x)]$ ج- $\forall x[p(x) \vee q(x)] \leftrightarrow [\forall x p(x) \vee \forall x q(x)]$ د- هیچکدام۴- برای سه گزاره p و q کدام گزینه صحیح است؟الف- $\neg(p \wedge q) = \neg p \wedge \neg q$ ب- $\neg(\neg p \wedge \neg q) = p \vee q$ ج- $q = p \vee (p \wedge q)$ د- $q = p \wedge (p \wedge q)$ ۵- اگر رابطه هم ارزی $R \subseteq A * A$ برای $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 11, 12\}$ به صورت زیر تعریف شود دسته هم ارزی [3] کدام است؟ $aRb \Leftrightarrow a \equiv b \pmod{4}$ الف- $\{3, 4, 8\}$ ب- $\{3, 7, 11\}$ ج- $\{3\}$ د- $\{1, 2, 5, 12\}$ ۶- فرض کنید که $A = \mathbb{Z}^+$ و رابطه R در A به صورت زیر تعریف شده است: $aRb \Leftrightarrow \text{GCD}(a, b) = 1$ رابطه R کدام یک از مجموعه خواص زیر را دارد؟ (GCD به معنی بزرگترین مقسوم علیه مشترک)

الف- متقارن، متعدی و بازتابی ب- متقارن، ضد متقارن و ضد بازتابی

ج- متقارن د- متقارن و ضد متقارن و متعدی

۷- هر گاه M_R به عنوان ماتریس رابطه R باشد کدام یک از روابط زیر باید برقرار باشد تا رابطه R دارای خاصیت متعدی باشد؟الف- $M_R = M_R''$ ب- $(M_R)_{\Theta}^2 \leq M_R$ ج- $(M_R)^T = M_R$ د- $(M_R)_{\Theta}^2 \geq I$ ۸- فرض کنید R_1 و R_2 دو رابطه در A باشند کدام گزینه صحیح است؟الف- اگر R_1 و R_2 ضد بازتابی باشند آنگاه $R_1 \circ R_2$ نیز ضد بازتابی است.ب- اگر R_1 و R_2 متقارن باشند آنگاه $R_1 \circ R_2$ نیز متقارن است.ج- اگر R_1 و R_2 ضد متقارن باشند آنگاه $R_1 \circ R_2$ نیز ضد متقارن است.د- اگر R_1 و R_2 بازتابی باشند آنگاه $R_1 \circ R_2$ نیز بازتابی است.۹- اگر S و R دو رابطه هم ارزی در A باشند، آنگاه کدامیک از روابط زیر هم ارزی است؟الف- $R \cup S$ ب- $R \cap S$ ج- $R - S$ د- هر سه گزینه هم ارزی است.

۱۰- حداقل چند عدد از میان اعداد ۱ الی ۸ انتخاب کنید که دو عدد یافت شود تا جمع آنها برابر ۹ شود.

الف- ۷ ب- ۶ ج- ۵ د- ۴

نام درس: ساختمانهای گسسته- ریاضیات گسسته

تعداد سؤالات: نسی ۳۰ تکمیلی — تفریحی ۸

رشته تحصیلی: گرایش مهندسی کامپیوتر- علوم کامپیوتر- مهندسی فناوری اطلاعات- بخش فناوری اطلاعات و ارتباطات- زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۵ دقیقه تفریحی ۹۰ دقیقه

کلاس درس: ۲۶۱۱۲۲-۲۶۳۰۸۶-۲۶۲۰۶۹- (طرح تجميع: بخش فناوری اطلاعات و ارتباطات: ۲۶۱۱۲۲) تعداد کل صفحات: ۵

۱۱- ۴۲ دانش آموز از ۱۲ کامپیوتر بصورت اشتراکی استفاده می کنند. و هر دانش آموز حق استفاده از یک کامپیوتر را دارد و

یک کامپیوتر نمی تواند به بیش از ۶ دانش آموز خدمات بدهد، حداقل چند کامپیوتر بوسیله ۳ نفر یا بیشتر استفاده خواهد شد؟

الف- ۳

ب- ۴

ج- ۵

د- ۶

۱۲- کدامیک از روابط زیر، ترتیب جزئی است؟

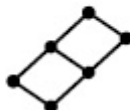
الف- بخش پذیری

ب- زیر مجموعه

ج- کوچکتر مساوی معمولی

د- هر سه رابطه

۱۳- نمودار هاس زیر دارای چند ترتیب توپولوژیکی می باشد؟



الف- ۵

ب- ۶

ج- ۴

د- ۷

۱۴- برای مجموعه باترتیب جزئی $(Z^+, |)$ کدام گزینه صحیح است؟ LCM بمعنای ک م م و GCD بمعنای ب م م

$$\begin{cases} a \vee b = LCM(a, b) \\ a \wedge b = GCD(a, b) \end{cases} \quad \text{ب-}$$

$$\begin{cases} a \wedge b = LCM(a, b) \\ a \vee b = GCD(a, b) \end{cases} \quad \text{الف-}$$

ج- گزینه الف صحیح است اگر $(Z^+, |)$ شبکه جبر بول باشد.

۱۵- برای مجموعه باترتیب جزئی $(2^A, \subseteq)$ کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{cases} A \vee B = A \cup B \\ A \wedge B = A \cap B \end{cases} \quad \text{ب-}$$

$$\begin{cases} A \vee B = A \cap B \\ A \wedge B = A \cup B \end{cases} \quad \text{الف-}$$

د. گزینه ب صحیح است اگر $|A| = 2k$

ج- گزینه الف صحیح است اگر $|A| = 2k$

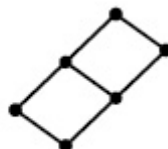
۱۶- کدامیک از شبکه های زیر پخش ناپذیر است؟



شبکه چهارم



شبکه سوم



شبکه دوم



شبکه اول

الف- هر چهار تا ب- اول، دوم و سوم ج- دوم، سوم و چهارم د- اول، سوم و چهارم

۱۷- کدامیک از شبکه های موجود در سوال قبل مکمل پذیر بوده و مکمل ها منحصر بفرد هستند؟

الف- هر چهار تا ب- اول، دوم و سوم ج- اول، سوم و چهارم د- هیچکدام

۱۸- اگر $(D_n, |)$ مجموعه مقسوم علیه های عدد n و رابطه بخش پذیری باشد، به ازای کدامیک از مقادیر n شبکه مربوطه جبر بول است؟

الف- ۳۵ و ۴۵

ب- ۴۵، ۱۰ و ۴۲

ج- ۶، ۳۵ و ۴۲

د- بستگی به مقدار n ندارد.

۱۹- بوسیله کدام یک از مجموعه دریچه های زیر وبدون استفاده از سایر دریچه ها می توان یک عبارت بولی را به صورت

نمودار منطقی تشکیل داد؟

الف- $\{AND, OR\}$, $\{NOR\}$, $\{NAND\}$, $\{NOT, AND\}$

ب- $\{AND, OR\}$, $\{NOR\}$, $\{NAND\}$, $\{NOT, OR\}$

ج- $\{NOT, AND\}$, $\{NOR\}$, $\{NAND\}$, $\{NOT, OR\}$

د- $\{NOR, NAND\}$, $\{AND, OR\}$

نام درس: ساختمانهای گسسته - ریاضیات گسسته

تعداد سؤالات: نسی ۳۰ تکمیلی — تفریعی ۸

رشته تحصیلی: گرایش مهندسی کامپیوتر - علوم کامپیوتر - مهندسی فناوری اطلاعات - بخش فناوری اطلاعات و ارتباطات زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۵ دقیقه تفریعی ۹۰ دقیقه

کد درس: ۲۶۱۱۲۲ - ۲۶۳۰۸۶ - ۲۶۲۰۶۹ - (طرح تجميع: بخش فناوری اطلاعات و ارتباطات: ۲۶۱۱۲۲) تعداد کل صفحات: ۵

۲۰- در مسئله برجهای هانوی برای n حلقه ($n \geq 2$)، تعداد نقل و انتقالات حلقه ها کدام است؟

الف - $2a_{n-1} + 2$ ب - $a_n = 2a_{n-1} + 1$

ج - $a_n = 2a_{n-1} - 1$ د - $a_n = 3a_{n-1} + 2$

۲۱- n امین عدد کاتالان، $C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$ ، برای کدامیک از روابط بازگشتی زیر تعریف می شود؟

الف - $C_n = \frac{2(2n-1)}{n+1} C_{n-1}$ ب - $C_n = \frac{2(2n+1)}{n+1} C_{n-1}$

ج - $C_n = \frac{2(2n-2)}{n} C_{n-1}$ د - $C_n = \frac{2(2n+1)}{n} C_{n-1}$

۲۲- کدامیک از گزاره های زیر صحیح است؟

الف- گراف بدون جهت $G=(V,E)$ دارای مدار اولری است اگر و تنها اگر، رأسی از درجه فرد نداشته باشد.

ب- گراف بدون جهت $G=(V,E)$ دارای مسیر اولری است اگر و تنها اگر، همبند بوده و حداقل دارای دو رأس از درجه فرد باشد.

ج- گراف بدون جهت $G=(V,E)$ دارای مدار اولری است اگر و تنها اگر، رأسی از درجه زوج نداشته باشد.

د- گراف بدون جهت $G=(V,E)$ دارای مسیر اولری است اگر و تنها اگر، همبند بوده و حداقل دارای دو رأس از درجه زوج باشد.

۲۳- تعداد حلقه های هامیلتونی که هیچ یال مشترکی ندارند در گراف کامل K_n برای $n \geq 3$ و n فرد برابر است با:

الف - $\frac{n+1}{2}$ ب - $\frac{n-1}{2}$ ج - $\frac{n}{2}$ د - n

۲۴- کدامیک از گزاره های زیر صحیح است؟

مورد اول- مکمل یک گراف $K_{m,n}$ ، گرافی با دو مولفه اتصال K_m و K_n است.

مورد دوم- برای گراف بدون حلقه و جهت $G=(V,E)$ و $|V|=n \geq 3$ ، اگر برای همه $x, y \in V$ که مجاور نمی باشند، شرط

$\deg(x) + \deg(y) \geq n+1$ برقرار باشد، آنگاه G دارای مسیر هامیلتونی است.

مورد سوم- هر حلقه بطول فرد یک گراف دو بخشی نمی باشد.

الف. موارد دوم و سوم ب. موارد اول، سوم ج. موارد اول و دوم و سوم د. موارد اول و دوم

۲۵- اگر گراف G یک حلقه با n رأس باشد، G خود مکمل است اگر و تنها اگر n برابر باشد با:

الف - ۸ ب - ۷ ج - ۶ د - ۵

۲۶- اگر گراف $K_{m,12}$ دارای ۷۲ یال باشد آنگاه m چند است؟

الف - ۹ ب - ۸ ج - ۷ د - ۶

۲۷- اگر گراف G همبند و هامنی (مسطح) باشد و $|V|=v$ و $|E|=e$ و تعداد نواحی گراف در صفحه برابر r باشد آنگاه

الف - $e - v + r = 2$ ب - $v - e + r = 2$ ج - $r + e - v = 2$ د - $v - e - r = 2$

۲۸- تعداد درخت های پوشای بدون برجسب گراف زیر، چقدر است؟



الف. ۸ ب. ۱۶ ج. ۱۴ د. هیچکدام

نام درس: ساختمانهای گسسته - ریاضیات گسسته

تعداد سوال: نسی ۳۰ تکمیلی — تشریحی ۸

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر - علوم کامپیوتر - مهندسی فناوری اطلاعات - بخش فناوری اطلاعات و ارتباطات زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۵ دقیقه تشریحی ۹۰ دقیقه

کد درس: ۲۶۱۱۲۲ - ۲۶۳۰۸۶ - ۲۶۲۰۶۹ - (طرح تجمیع، بخش فناوری اطلاعات و ارتباطات: ۲۶۱۱۲۲) تعداد کل صفحات: ۵

۲۹- اگر $G=(V,E)$ یک جنگل با n درخت باشد کدام رابطه زیر برقرار است؟الف - $|E| \geq |V| + n$ ب - $|E| \geq |V| - n$ ج - $|V| \geq |E| - n$ د - $|E| \geq |V| - n - 1$

۳۰- کدامیک از موارد زیر صحیح است؟

مورد اول- گراف بدون جهت $G=(V,E)$ همبند است اگر و تنها اگر، شامل درخت پوشا باشد.

مورد دوم- تعداد درخت های پوشای مینیم یک گراف ممکن است بیش از یک باشد.

مورد سوم- اگر $G=(V,E)$ یک درخت با $|V| > 2$ باشد، آنگاه، حداقل ۲ راس از درجه یک دارد.

الف- موارد اول و دوم ب- موارد دوم و سوم ج- موارد اول و سوم د- موارد اول و دوم و سوم

سؤالات تشریحی

نکته مهم:

از هشت سوال زیر تنها به چهار سوال پاسخ دهید. (هر سوال ۱/۶۲۵ نمره دارد)

۱- متن زیر در طی بازجویی از متهمان به قتل بدست آمده است:

- اگر قتل در شب اتفاق افتاده باشد یا مقتول در روز قبل در تهران بوده باشد، آنگاه کامران قاتل است.

- اگر قتل در شب اتفاق افتاده باشد و کامران قاتل باشد، آنگاه قتل با همکاری همسر مقتول صورت نگرفته است.

- اگر قتل در روز اتفاق افتاده باشد، آنگاه مقتول نهار را با همسرش خورده است.

- اگر مقتول در روز قبل در تهران بوده باشد، آنگاه قتل با همکاری همسر مقتول صورت گرفته است.

همچنین نتایج پزشکی قانونی به همراه سایر دلایل نشان می دهد که مقتول با ضربه جسم سختی به حفره شکم رویرو شده

است و نهار را با همسرش نخورده است و مقتول صبحانه را با کامران خورده است.

موارد زیر را از طریق قواعد استنتاج اثبات یا رد کنید.

الف- آیا کامران قاتل است؟

ب- آیا همسر مقتول در قتل مشارکت داشته؟

ج- آیا مقتول در روز قبل در تهران بوده؟

۲- رابطه هم ارزی $A'' \times A''$ زیر تعریف شده است برای $A = \{1,2,3,4\}$ دسته های (کلاس های) هم ارزی را بدست آورید.

$$(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow a+b=c+d$$

۳- برای شبکه ها رابطه زیر را اثبات کنید.

$$a \vee (b \vee c) = (a \vee b) \vee c$$

۴- برای سری فیبوناچی روابط زیر را اثبات کنید.

$$\sum_{i=1}^n F_{2i-1} = F_{2n} \quad \text{ب-} \quad \sum_{i=0}^n F_i = F_{n+2} - 1 \quad \text{الف-}$$

نام درس: ساختمانهای گسسته - ریاضیات گسسته

تعداد سؤالات: نسی ۳۰ تکمیلی — تفریحی ۸

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر - علوم کامپیوتر - مهندسی فناوری اطلاعات - بخش فناوری اطلاعات و ارتباطات زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۵ دقیقه تفریحی ۹۰ دقیقه

کد درس: ۲۶۱۱۲۲ - ۲۶۳۰۸۶ - ۲۶۲۰۶۹ - (طرح تجميع: بخش فناوری اطلاعات و ارتباطات: ۲۶۱۱۲۲) تعداد کل صفحات: ۵

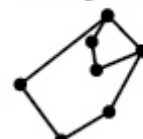
۵- رابطه بازگشتی زیر را به روش جایگذاری (تکرار) حل کنید.

$$\begin{cases} a_n = 2a_{\frac{n}{2}} + n - 1 & n \geq 2, n = 2^m \\ a_1 = 0 \end{cases}$$

۶- برای عبارت محاسباتی زیر ابتدا درخت مربوط به آن را رسم کرده و سپس پیمایش های پس ترتیب و پیش ترتیب را برای آن بنویسید.

$$(x+y*z/k-e)*f*g/h*(i-j)$$
۷- خاصیت های الف، ب و ج را برای هر یک از گرافهای G_4, G_3, G_2, G_1 مشخص کنید.

الف- دوبخشی است؟ ب- دارای مدار اولری است؟ ج- دارای دور هامیلتونی است؟

 G_4  G_3  G_2  G_1

۸- مسئله زیر را در نظر بگیرید:

« جمعه گذشته احسان و همسرش، ۱۰ نفر را به مهمانی دعوت کرده اند. در این گروه ۱۲ نفری، هر نفر ۶ نفر دیگر را می شناسد. نشان دهید که ۱۲ نفر به گونه ای دور یک میز می توانند بنشینند که هر نفر، با دو نفر نشسته در دو طرفش، آشنا باشد.»

الف- در این مسئله از کدام مفهوم گراف استفاده می شود؟

ب- آیا می توانید یک قضیه از تئوری گرافها بیان کنید که برای حل این مسئله بکار رود.

ج- مسئله فوق را با استفاده از قضیه بند ب اثبات نمایید.